

新北市立板橋高級中學 102 學年度第 2 學期數學科雙週解題《第四回》

- 高一.
1. 求分別以 9, 25 除 4^{2014} 的餘數。
 2. 求 4^{2013} 除以 225 的餘數。

- 高二.
1. 設 $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$ 為正實數且 $a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 = b_1^3 + b_2^3 + b_3^3 = c_1^3 + c_2^3 + c_3^3 = 1$, 試證明 $a_1b_1c_1 + a_2b_2c_2 + a_3b_3c_3 \leq 1$ 。
(提示: 算幾不等式 $\frac{a_1^3+b_1^3+c_1^3}{3} \geq a_1b_1c_1$)
 2. 設 $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, z_1, z_2, z_3$ 為正實數, 試證明:
 $(x_1^3 + x_2^3 + x_3^3)(y_1^3 + y_2^3 + y_3^3)(z_1^3 + z_2^3 + z_3^3) \geq (x_1y_1z_1 + x_2y_2z_2 + x_3y_3z_3)^3$
(提示: 可利用 1.)