國立板橋高級中學 100 學年度第二學期數學科 菩提盃雙週解題《第一回》參考解答

高一:設 $\{a_n\}$ 為遞增的正整數數列,且滿足 $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ $(n\geq 1)$,若 $a_7=120$,則 $a_8=?$

[[解]] 令
$$a_1 = x$$
, $a_2 = y$,則 $a_7 = 5x + 8y = 120 \Leftrightarrow x = 24 - y - \frac{3y}{5}$

令 y = 5k , 其中 k 為正整數 , 則 $x = 24 - 8k > 0 \Longrightarrow k < 3$

$$y > x \Rightarrow 5k > 24 - 8k \Rightarrow 13k > 24 \Rightarrow k \ge 2$$

故
$$k = 2$$
 ,即 $x = 8$, $y = 10 \Rightarrow a_8 = 194$

高二:正四面體的容器裝了一些水,當正四面體的一個面放置於水平桌面時,容器內水高為容器高的 $\frac{1}{2}$,現將它上下倒置後水位高為容器高的幾倍?

[[解]]沒有水的部份其體積為正四面體體積的 $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$ 倍,故水的體積為正四面體體積的 $\frac{7}{8}$ 倍

將其上下倒置後,水的高度為正四面體容器高度的 $\sqrt[3]{\frac{7}{8}} = \frac{\sqrt[3]{7}}{2}$ 倍

