

國立板橋高級中學 100 學年度數學科菩提盃雙週解題《第八回》參考解答

高一：設 $[x]$ 為不超過 x 的最大整數，試求 $[\log_2 1] + [\log_2 2] + [\log_2 3] + \dots + [\log_2 1024] = ?$

〔解〕設 k 為非負整數，若 $2^k \leq n < 2^{k+1}$ ，則 $[\log_2 n] = k$

亦即在此區間內的 2^k 個整數，其取值為 k

$$\text{所求} = 1 \times 2^1 + 2 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \dots + 9 \times 2^9 + 10 = 8194 + 10 = 8204$$

高二：設正三角形 ABC 內接於圓 $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 5 = 0$ ，且 O 為原點，試求 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = ?$

〔解〕圓心為 $P(-4, 3)$ ， $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PC}| = 3|\overrightarrow{OP}| = 15$