

# 國立板橋高中 107 學年度第 13 屆數學菩提盃高一組競賽試題

◎ 本張考卷共有 20 題單選題，每題 5 分，不作答得 1 分，答錯得 0 分，請以 2B 鉛筆作答在答案卡上。

1. 請選出下列選項中敘述正確者：

- (A) 兩個有理數之間必有一整數
- (B) 若  $a$  是有理數，且  $b$  是無理數，則  $a \times b$  必為無理數
- (C) 若  $a + b$  和  $a \times b$  均為有理數，則  $a, b$  亦均為有理數
- (D) 若  $a, b$  均為無理數，則  $\frac{a+2b}{3}$  和  $\frac{2a+b}{3}$  至少有一個是無理數
- (E)  $a, b$  為實數，若  $a + b\sqrt{2} = 0$ ，則  $a = b = 0$

2. 已知  $99999 = 9 \times 41 \times 271$ ，若將  $\frac{1}{41}$  化為循環小數，則小數點下第 2019 位數字為

- (A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 9

3. 設  $x$  是整數，則不等式  $(2x^2 - x - 6)(x^2 - 2x - 2) \leq 0$  的解的個數為

- (A) 0 個 (B) 1 個 (C) 2 個 (D) 3 個 (E) 4 個

4.  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  是實係數多項方程式，有一虛根  $1 - \sqrt{2}i$ ，

而且與  $g(x) = x^2 + ax + 4 = 0$  有一公共根  $t$ ，則  $t$  為 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

5. 設  $\sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$  的整數部分為  $a$ ，小數部分為  $b$ ，則下列何者正確？

- (A)  $a = 3$  (B)  $a = 2$  (C)  $b = \sqrt{3} - 1$  (D)  $b = 1 - \sqrt{3}$  (E)  $a - b = \sqrt{3} - 1$

6. 若  $a = \log_7^{0.2}, b = \log_{0.7}^{0.2}, c = \log_{0.7}^2, d = \log_{0.2}^{0.7}, e = (0.7)^{0.2}$ ，則五數中最小的數是

- (A)  $a$  (B)  $b$  (C)  $c$  (D)  $d$  (E)  $e$

7. 已知  $x^3 - 3x^2 - 6x + m = 0$  的三根成等差，求三根積為 (A) 1 (B) 3 (C) -5 (D) -8 (E) 9

8. 已知  $i = \sqrt{-1}$ ，求  $(1+i)^{100} + (1-i)^{100}$  之值 (A) 0 (B)  $-2^{50}$  (C)  $-2^{51}$  (D)  $2^{50}$  (E)  $2^{51}$

9. 有理數  $\frac{n}{m}$ ，其中  $m, n$  為整數且  $1 \leq mn \leq 8$  這樣的數值（例如  $\frac{1}{2}$  與  $\frac{1}{4}$  同值，只算 1 個）

共有幾個 (A) 17 (B) 18 (C) 34 (D) 36 (E) 40

10. 已知方程式  $(x+1)(x^2 - x + 1) - 29 = 0$  恰有一個正實根  $\alpha$ ，下列哪一個選項正確？

- (A)  $0 < \alpha < 1$  (B)  $1 < \alpha < 2$  (C)  $2 < \alpha < 3$  (D)  $3 < \alpha < 4$  (E)  $4 < \alpha$

11. 級數  $\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2019}$  的總和為  $2 - \frac{1}{n}$

求  $n$  (A) 1010 (B) 2020 (C) 2018 (D) 2019 (E) 2020

12. 已知  $x$  為實數，求  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 4x + 4}$  的最小值。

- (A) 5 (B) 6 (C) 9 (D) 10 (E) 20

13. 設  $f(x)$  是最高次項係數為1的實係數三次多項式，且  $f(x)$  除以  $x+2$  的商式為  $g(x)$  餘式為3。  
若方程式  $g(x)=0$  沒有實根，則下列敘述何者正確？
- (A)  $g(-2)<0$  (B)  $f(0)<3$   
(C) 方程式  $f(x)=0$  沒有實根 (D) 方程式  $f(x^2)=0$  沒有實根。  
(E) 方程式  $f(x)=0$  有正實根

14. 若  $2 < x < 30$ ，則使  $|x-10| < k$  成立之  $k$  的最小值為\_\_\_\_ (A) 2 (B) 8 (C) 10 (D) 20 (E) 30

15. 已知  $a, b, c, d$  均為大於1的正數，且  $a^{\frac{1}{2}} = b^{\frac{1}{3}} = c^{\frac{1}{4}} = d^{\frac{1}{6}}$ ，則  $\log_{ab}^{cd}$  的值為？

- (A) 1 (B) 2 (C)  $\frac{1}{2}$  (D) 12 (E) 24

16. 已知  $a, b$  均為正整數，且  $\log(a-3), \log\sqrt{5}, \log(4-b)$  三數成等差，則  $a+b$  等於多少？

- (A) 0 (B) 8 (C) 11 (D) 20 (E) 22

17. 下列哪一個不等式的解為「全體實數」(即不等式的解為任意的實數)？

- (A)  $6-5x-x^2 \leq 0$  (B)  $x^2+x+2 \leq 0$  (C)  $x^2-4x+4 > 0$  (D)  $x^2-x+3 \geq 0$  (E)  $-x^2+x-1 \geq 0$

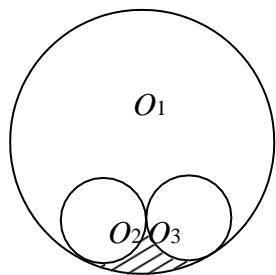
18. 已知  $f(x) = 9 \times \frac{(x-5)(x-7)}{(1-5)(1-7)} + 9 \frac{(x-1)(x-7)}{(5-1)(5-7)} - 3 \frac{(x-1)(x-5)}{(7-1)(7-5)}$ ，求  $f(x)$  之最大值為何？

- (A) 9 (B) 0 (C) -3 (D) 7 (E) 13

19. 已知  $x, y$  為實數，求  $\sqrt{x^2+y^2-4x-10y+29} + \sqrt{x^2+y^2-6x+2y+10}$  的最小值為

- (A) 5 (B) 10 (C)  $\sqrt{17}$  (D)  $\sqrt{29}$  (E)  $\sqrt{37}$

20. 如下圖，圓  $O_1$ 、 $O_2$ 、 $O_3$  之半徑分別為 9、3、3。若圓  $O_2$ 、 $O_3$  與  $O_1$  相內切，且  $O_2$ 、 $O_3$  相外切，試求斜線部分之周長為 (A)  $3\pi$  (B)  $4\pi$  (C)  $5\pi$  (D)  $6\pi$  (E)  $9\pi$ 。



## 參考答案

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	C	C	E	C	D	C	C	D
題號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	A	A	D	D	B	C	D	E	E	E

答案卡配分模式：設定 25 題單選，每題 4 分，答錯倒扣四分之一題分。但第 21~25 題設定為送分。