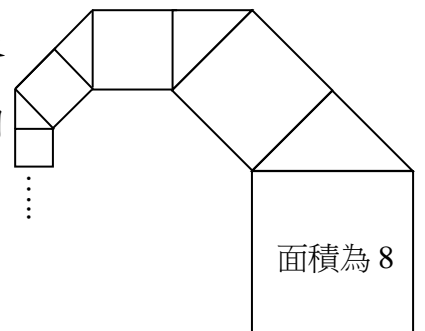


新北市立板橋高中 107 學年度第十三屆菩提盃高二組競賽試題

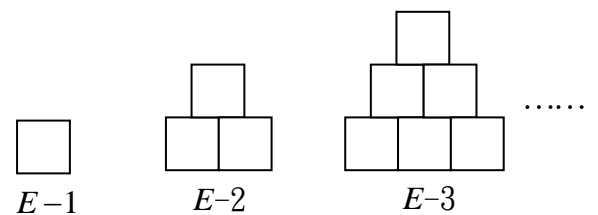
第一部分單選題：1~10 題，每題答對得 6 分，答錯得 0 分，不做答得 1 分。

1. 設 $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ，則 $\sqrt{\cos^2 \theta} + \sqrt{(\cos \theta - 1)^2} = ?$
(A) $2\cos \theta - 1$ (B) 1 (C) -1 (D) $1 - 2\cos \theta$ (E) 0
2. 在 1, 2, 3, 4 中，任意取兩個相異數字，並組合成指數型式： a^b ，例如： $2^3, 3^2$ 。試問共可以產生多少個不同的值？ (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12
3. 平面坐標上有一個直角三角形，其三邊的斜率分別為實數 m_1, m_2, m_3 ，並假設 $m_1 > m_2 > m_3$ ，則下列選項哪個必為真？ (A) $m_1 \cdot m_2 = -1$ (B) $m_1 \cdot m_3 = -1$ (C) $m_1 > 0$ (D) $m_2 \leq 0$ (E) $m_2 \cdot m_3 < 0$

4. 示意圖如右，將面積為 8 的正方形的一邊當作斜邊，作一等腰直角三角形，然後再以等腰直角三角形的一股為邊長作一正方形，……，依此規則繼續下去，直到第 10 個直角三角形出現即停止，圖中所有的面積總和為 $k\left(1 - \frac{1}{2^{10}}\right)$ ，則 $k =$
(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 22 (E) 24



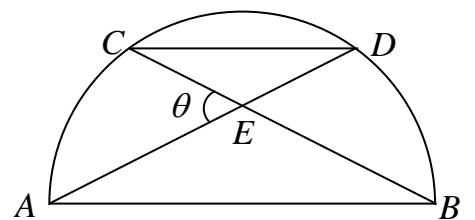
5. 用單位長的鋼條焊成如右圖，如 $E-1$ 需要 4 條鋼條； $E-2$ 需要 10 條鋼條； $E-3$ 需 18 條鋼條。仿此繼續，則 $E-10$ 需要多少鋼條？ (A) 120 (B) 124 (C) 126 (D) 128 (E) 130



6. 下列哪個選項的關係是可以保證 A 點落在 \overline{BC} 上？
(A) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$ (B) $2\overrightarrow{PB} = 5\overrightarrow{PA} - 3\overrightarrow{PC}$ (C) $\sqrt{5}\overrightarrow{PA} = \sqrt{2}\overrightarrow{PB} + \sqrt{3}\overrightarrow{PC}$
(D) $3\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PC}$ (E) $\overrightarrow{PB} = 4\overrightarrow{PC} - 3\overrightarrow{PA}$

7. 設 $\log_a 625$ 為整數，則滿足此條件的整數 a 共有幾個？ (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

8. 如右圖， \overline{AB} 為半圓的直徑，弦 \overline{CD} 平行 \overline{AB} ， \overline{BC} 交 \overline{AD} 於 E ，若 $\angle AEC = \theta$ ，則 $\frac{\Delta CDE \text{ 面積}}{\Delta ABE \text{ 面積}} = ?$ (A) $\cos 2\theta$ (B) $\sin 2\theta$ (C) $\cos^2 \theta$ (D) $\sin^2 \theta$ (E) $\tan \theta$



9. 等比數列， $(1.5)^1, (1.5)^2, (1.5)^3, \dots, (1.5)^{20}$ 中，整數部分為三位數的共有幾項？
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

10. 從一副完整的撲克牌(52張)中任取2張，設取出兩張為同點數的機率為 p ，取出兩張為同花色的機率為 q ，則下列選項何者正確？(A) $p = \frac{1}{4}q$ (B) $p = \frac{1}{2}q$ (C) $p = q$ (D) $p = 2q$ (E) $p = 4q$

第二部分單選題：11~18題，每題答對得5分，答錯得0分，不做答得1分。

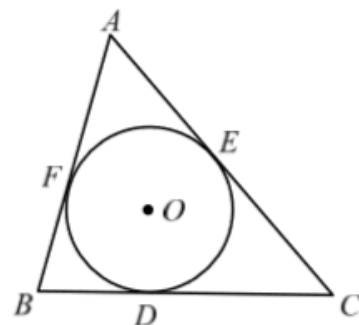
11. 試求滿足不等式 $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24 \leq 0$ 的整數解有幾個？(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8

12. 設複數 z 滿足 $z - 2\bar{z} = 1 + 6i$ ，其中 \bar{z} 是 z 的共軛複數且 $i^2 = -1$ ，則 z 是下列哪一個方程式的解？

- (A) $x^2 + 2x + 5 = 0$ (B) $x^2 - 2x + 5 = 0$ (C) $x^2 + 2x + 10 = 0$
(D) $x^2 - 2x + 10 = 0$ (E) $x^2 - 4x + 13 = 0$

13. 如圖，圓 O 為 $\triangle ABC$ 之內切圓且與 \overline{BC} 、 \overline{CA} 、 \overline{AB} 分別相切於 D, E, F 。已知 $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 6$ 、 $\overline{CA} = 7$ ，設 $\overrightarrow{AD} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$ ，求 $3m + 6n = ?$

- (A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3



14. 利用不等式 $2(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) < \frac{1}{\sqrt{n}} < 2(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$ ，估計 $S = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{10000}}$ 的值。(A) $S \leq 100$ (B) $100 < S < 200$ (C) $200 < S < 300$ (D) $300 < S < 400$ (E) $400 < S$

15. 平面座標系中， $A(2,5)$ 、 $B(4,1)$ 、 $C(8,2)$ 、 $D(6,8)$ 、 $P(x,y)$ ，當 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} + \overline{PD}$ 之值最小時， $3x + 2y = ?$

- (A) 19 (B) $\frac{43}{2}$ (C) $\frac{57}{4}$ (D) $\frac{35}{2}$

16. 若函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ， $(a > 0)$ ，對於任意實數 t 有 $f(3+t) = f(1-t)$ ，則 $f(1), f(2), f(4)$ 之大小關係為？

- (A) $f(4) > f(2) > f(1)$ (B) $f(1) > f(4) > f(2)$ (C) $f(2) > f(4) > f(1)$ (D) $f(2) > f(1) > f(4)$
(E) $f(4) > f(1) > f(2)$

17. 設投擲兩顆公正骰子一次的點數和為 a ，且 $f(x) = (a-7)x^2 + 4x + 2$ ，已知 $f(x)$ 的圖形為開口向上的拋物線，則 $f(x)$ 的圖形與 x 軸相交於相異兩點的機率為下列何者？

- (A) $\frac{5}{36}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{5}{18}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{3}{5}$

18. $P(a,b)$ 為平面座標上的一點，且實數 a, b 滿足 $(a-3)^2 + (b-4)^2 = 9$ ，則使 $a^2 + b^2$ 為整數的點 P 共有幾個？

- (A) 57 (B) 58 (C) 59 (D) 60 (E) 61

新北市立板橋高中 107 學年度第 13 屆菩提盃高二組競賽試題答案

第一部分單選題：1~10 題

- (1) D (2) B (3) C (4) C (5) E
(6) B (7) B (8) C (9) D (10) A

第二部分單選題：11~18 題

- (11) C (12) A (13) D (14) B (15) B
(16) E (17) D (18) E

答案卡配分模式： 第 1~10 題單選題，每題 5 分，答錯倒扣五分之一題分；
第 11~18 題單選題，每題 4 分，答錯倒扣四分之一題分；
額外設定第 19 題，本題 18 分，直接送分