

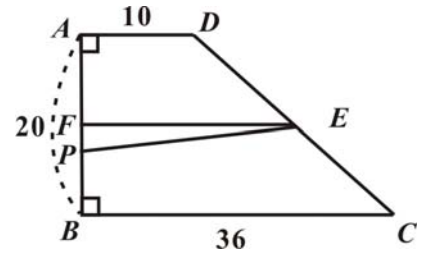
TRML 團體賽-2009

1. 設正整數 a 為 5、9、12 的公倍數，且若 a 恰有 40 個正因數，則所有可能 a 的總和為 _____。

2. 如圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ， E 為 \overline{CD} 的中點，

$\overline{EF} \parallel \overline{AD}$ 。設 P 為 \overline{AB} 上一點，且 \overline{PE} 將四邊形 $ABCD$ 面積二等

分。已知 $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{AB} = 20$ ， $\overline{BC} = 36$ ，則 $\overline{FP} =$ _____。



3. 設 ABC 是邊長為 4 的正三角形， Q 為 \overline{BC} 邊的中點。若點 P 在 \overline{AC} 邊上移動，則 \overline{PB} 與 \overline{PQ} 兩線段長之和的最小值為 _____。

4. 設 $A(0,3)$ 、 $B(2,2)$ 、 $C(1,4)$ 為平面上三點， G 為 $\triangle ABC$ 的重心， Γ 是以 G 為圓心 1 為半徑的圓， P 為 Γ 上的動點。若使得 $\triangle PAC$ 面積最大時的 P 點坐標為 (a,b) ，則 $a+b =$ _____。

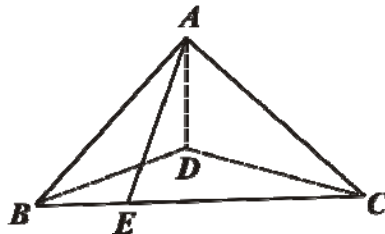
5. $\frac{30^3 + 29^3}{30^3 + 1^3} + \frac{29^3 + 27^3}{29^3 + 2^3} + \frac{28^3 + 25^3}{28^3 + 3^3} + \cdots + \frac{17^3 + 3^3}{17^3 + 14^3} + \frac{16^3 + 1^3}{16^3 + 15^3}$ 的值為 _____。

6. 將 A, B, C, D, E, F, G 這七個字母排成一列，其中 C 排在 A, B 之間（不一定相鄰），則總共有 _____ 種排法。

7. $\log_2(1 + \tan 10^\circ) + \log_2(1 + \tan 20^\circ) + \log_2(1 + \tan 25^\circ) + \log_2(1 + \tan 35^\circ)$ 之值為 _____。

8. 設 a, b, c 為三個相異實數。已知方程式 $x^2 + ax + 1 = 0$ 及 $x^2 + bx + c = 0$ 有一個相同的實根，且方程式 $x^2 + x + a = 0$ 及 $x^2 + cx + b = 0$ 也有一個相同的實根，則 $a + b + c =$ _____。

9. 如下立體圖所示， $\overline{BD} = \overline{DC} = 2$ ， $\overline{AD} = 1$ ， $\overline{AD} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{AD} \perp \overline{CD}$ ， $\angle BDC = 120^\circ$ 。若點 E 在 \overline{BC} 上，且 $\overline{BE} : \overline{EC} = 1 : 3$ ，則 $\overline{AE} =$ _____。



10. 若將 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 八個數分別放在正立方體的八個頂點上，使得每一面上的任意三個數的和都大於 9，則每一面上四數之和的最小值為 _____。

2009 TRML 團體賽答案

1. 5400

2. $\frac{130}{23}$

3. $2\sqrt{7}$

4. 4

5. $\frac{570}{31}$

6. 1680

7. 2

8. -3

9. $\frac{\sqrt{11}}{2}$

10. 16